Réflexions sur la MESURE
par Bernadette GUERITTE-HESS

Le thème de la mesure est un vaste sujet très prégnant à l'école. L'idée de proposer une exposition pour les 3/6 ans au stade de la maternelle pourrait sembler survaloriser les capacités enfantines en se disant qu'il est trop tôt pour offrir un champ de réflexion à leur pensée scientifique naissante. Il n'en est rien, la visite de Kif Kif le calife est l'occasion, sous une forme ludique, de leur faire expérimenter un univers qu'ils vivent au quotidien et qui porte à réflexion.

Pour les Pédagogues, les Educateurs ou les Parents accompagnateurs, cette exposition offre l'occasion d'une réflexion portant sur trois points qui nous semblent essentiels.

1 - L'**attitude**
Elle est fondamentale à adopter par l'adulte qui accompagne la classe, le groupe ou le petit de la famille dans cette visite car elle est déterminante pour faire évoluer la réflexion de l'enfant.

2 - **La théorie du continu.**
Les problèmes et les embûches que présente le domaine du **continu**, c'est-à-dire de la mesure, sont très éloignés du discontinu, qui, lui, est bien plus aisé, puisqu'il repose sur le nombre!

3 - **Préparation de la visite et prolongements**
Pour préparer le déplacement à Cap Sciences, nous proposons des activités dans les sept domaines concernés par le thème qui convient à ce niveau d'âge.

Quelques exemples pour aborder le sujet

Nous sommes dans une classe maternelle. Les enfants ont devant eux, à gauche,1 kg de sucre en morceaux et à droite 1 kg de sucre en poudre, tous les deux ouverts.

Je leur demande, en montrant le paquet de gauche :

- *Pouvez-vous m'en donner trois ?,* l'implicite étant les morceaux.

Rien de plus simple, un enfant désigné va les prendre un à un, alors que toute la classe compte.

- *« 1, 2 et 3… »* Activité réussie.

Par contre, en indiquant le sucre en poudre, je renouvelle ma demande :

- *Pouvez-vous m'en donner trois?*

Les enfants sont perplexes et affirment après un moment de flottement :

- *On ne peut pas.*

En effet, parler de «3» devant une quantité de matière, oblige à se poser des questions : «S'agit-il de 3 grammes, 3 grains, 3 pincées, 3 poignées, 3 tasses, 3 décagrammes ?»

À ce niveau d'âge, les enfants sont très loin de se poser ce genre de questions.

Cet exemple illustre la différence entre la première situation qui traite du discontinu, c'est-à-dire des morceaux, pour lesquels les «uns» sont constitués, ils sont visibles, indépendants, autonomes… Nous sommes dans le domaine de la mathématique, pour lequel le comptage est aisé et s'effectue soit par pointage, soit par déplacement d'objets. À chaque geste correspond un nombre énoncé en incrémentant : +1, +1, c'est le comptage.

Dans le second cas, nous sommes dans le continu. C'est le domaine de la physique, pour lequel les « uns » n'ont pas de présence visuelle, puisqu'il s'agit d'une quantité de matière non chiffrée.

Un autre exemple pour mieux comprendre ce problème qui consiste à vouloir définir une quantité de matière par un nombre.

Étant avec Cyrille, élève en 6°, nous croisons une personne inconnue. Je pose à notre collégien des questions pour qu'il jauge l'âge, la taille et la masse de cette personne - trois critères du continu - Il réfléchit successivement à chacune d'elle et me dit :

- *Pour l'âge, je lui donne une trentaine d'années, pour la taille, à vue d'œil, je pense qu'elle mesure à peu près un mètre soixante-cinq, quant à la masse… c'est difficile à dire, à quelques-uns près, je dirais cinquante kilos …*

Il a émis trois nombres sachant que ce sont des approximations, et que la marge d'erreurs peut s'avérer importante. Cependant, il ajoute que la fourchette de ses estimations ne dépasse pas 10 années, 10 cm et 10 kg.

Nous sommes ici au cœur du sujet et c'est pour nous l'occasion de réfléchir à une telle réponse :

De quelles acquisitions fait-il preuve en énonçant de telles affirmations? Par quelles étapes sa pensée a-t-elle progressé durant ses années d'école pour être capable de formuler ces données et de porter de tels jugements?

En maternelle, six ans plus tôt, je m'étais amusée à lui poser ces mêmes questions.

- *Quel âge as-tu?*
- *Quatre ans*
- *Cette dame tu penses qu'elle a quel âge ?*
- *Elle est vieille, regarde, elle a des grands cheveux.*
- *Sur la balance, tu dirais qu'elle pèse combien ?*
- *Trois kilomètres et demi.*
- *Et elle est grande comment ?*
- *Cinq kilomètres et demi…*

Ces quelques questions, posées à des niveaux d'âges différents, nous situent au cœur de l'exposition qui se propose de mettre les enfants en situation de réflexion sur ce sujet passionnant qu'est «LA MESURE ».

Les structures logico-mathématiques indispensables pour assimiler ce concept s'organisent avant d'entrer à l'école. Elles permettront, plus tard, de comprendre et de maîtriser le système métrique au cours de la scolarité primaire. Comme la pensée des élèves, va prendre appui sur ces structures, il est indispensable de réfléchir à l'organisation des soubassements de cet apprentissage.

1 L'attitude

Participer à une exposition scientifique, c'est créer des conditions pour susciter la réflexion des participants, grâce à des situations réelles, ludiques et pédagogiques. Il s'agit d'éveiller chez les enfants petits les fondements de l'esprit scientifique et de les accompagner pour qu'ils passent d'un niveau de connaissance à un autre.

L'attitude de l'accompagnateur, dans la préparation de cette exposition, comme dans la suite est capitale. Il lui faut résolument abandonner l'idée de vouloir faire apprendre quelque chose par des explications et des commentaires. Ceci peut paraître paradoxal : le rôle d'un enseignant est bien d'enseigner, celui d'un parent, d'instruire!

Un petit qui se trouve en situation de conflit cognitif, va poser à l'adulte la question qu'il se pose à lui-même. Gardons-nous bien d'y répondre, demandons-lui ce qu'il en pense, ce qu'il répondrait à cette interrogation, comment il faudrait faire, pour trouver une solution à son questionnement. C'est là qu'il nous livre son mode de raisonnement, le cheminement de sa pensée, le niveau de son savoir et les procédures qu'il choisit pour avancer. S'abstenir d'expliquer, c'est respecter l'évolution propre de l'enfant.

La jeune génération, matraquée d'informations, se trouve submergée par des images, des documents. Notre rôle, dans cet univers foisonnant et infini, n'est pas d'expliquer, c'est de lui permettre de se forger un outil pour pouvoir traiter cette multitude d'indices, de les sélectionner et de raisonner d'une manière logique et autonome.

S'interdire de donner des explications, c'est aller dans la voie de la construction de la pensée du jeune enfant. C'est alors en termes d'observation des comportements, d'analyse de ce qu'il va énoncer, de cheminement dans le questionnement que nous sommes à même de poursuivre les objectifs des activités proposées.

Un comportement qui est à bannir et qui est le plus difficile à pratiquer, c'est de réagir négativement lors d'un raisonnement faux. Celui-ci nous incite immédiatement à nous poser des questions à nous-mêmes :

Sa réponse repose sur quel gauchissement ? À quel niveau en est-il? Comment vais-je l'amener à une réponse juste, sans la lui donner ?

Cette attitude est la meilleure manière de respecter les racines de la connaissance dans sa forme la plus élémentaire, mais elle n'est pas facile à faire sienne. C'est tellement naturel et spontané pour un adulte de vouloir opposer, à un avis qui n'est pas celui qu'il attend, des commentaires, des exposés. Dire « *non* » est tellement spontané en pédagogie!

Moins l'enseignant, l'éducateur ou le parent intervient au cours des activités, plus l'enfant a de chance d'évoluer dans la capacité de porter des jugements, de devenir autonome dans ses réflexions et de se forger, individuellement, un outil de pensée.

Ajoutons même que, afin de rester neutre, les encouragements et les appréciations émanant de l'adulte sont malvenus, il est observable qu'un compliment d'autrui bloque toute réflexion.

- *Puisqu'il (la maîtresse, le moniteur, Papa) a dit que c'est bien* les jeux sont faits !

  Il n'est pas nécessaire de continuer à réfléchir, il a pensé à ma place.

Quelle que soit la réponse d'un enfant, notre visage ne doit exprimer que la bienveillance et l'intérêt.

Soit cette réponse est juste, celle-ci doit pouvoir être argumentée par l'auteur.

- Comment le sais-tu ?

- Qu'est-ce qui te fait dire cela ?

Elle peut même résister à un contre-exemple.

Il y en a d'autres dans la classe qui pensent autrement.

Il y a un enfant qui m'a dit que….

Soit la réponse est inexacte, notre visage doit conserver la même expression intéressée et bienveillante. Notre questionnement, à ce moment, cherche à faire exprimer le cheminement que l'enfant à suivi pour qu'il retrouve, si c'est possible, le raisonnement juste.

Il faut ajouter une remarque vis-à-vis du **mode de questions** qui est le nôtre.

Une illustration en dira plus long qu'un commentaire :

Nous disposons deux ficelles, une rouge et une bleue, de même longueur et l'enfant reconnaît leur identité de taille, nous posons alors la question :

- *Est-ce que c'est la rouge la plus longue ou l'autre, la bleue ou bien est-ce qu'elles ont la même taille ?*

Cette interrogation peut paraître étonnante, puisque l'enfant a constaté l'égalité de la longueur des routes. Expliquons ce mode de questionnement qui fait partie intégrante de notre attitude. En pédagogie, beaucoup trop souvent, nos questions induisent la réponse et le sujet interrogé n'a pas à réfléchir pour réagir. Toute question qui lui est adressée doit être ouverte, c'est-à-dire bi ou tripartite. Dans ce cas, il y a choix entre deux ou trois solutions, même si l'une peut paraître insensée. Sa réponse demande alors d'être analysée et argumentée pour chacune des propositions, ce qui relève du raisonnement. Nous ne nous départissons jamais de cette règle.

Ayant pris toutes les précautions vis-à-vis de notre attitude dite « épistémologique », nous abordons désormais un autre chapitre, tout aussi important.

2 La théorie du continu

Un certain nombre de points qui sont l'essence même du continu, doivent être explicités pour en comprendre les multiples embûches.

Tout d'abord, comme nous l'avons vu précédemment, dans le discontinu, les « uns » se voient, ils sont indépendants, ils peuvent être déplacés individuellement. Par exemple : trois pommes, trois enfants, trois clés, tous ces objets ou « êtres » sont autonomes les uns vis-à-vis des autres. Ils demeurent intègres dans leur constitution s'ils sont pris indépendamment. Dans ce cas, le comptage est associé au pointage.

Dans le continu, les « uns » varient suivant le choix de la personne qui parle. Celle-ci doit décider de l'unité qu'elle va utiliser pour énoncer un nombre en fonction de cette unité. Ce choix est le moyen de parler de la matière. Par exemple pour les longueurs, ce peut être en mètre, en pied, en pouce, en allumette, en pas, en toise, en empan, en manche à balai…

Ces unités, dès qu'il y en a deux ou trois, fusionnent, elles ne sont plus indépendantes. Si nous parlons de trois seaux de haricots verts pour parler de la totalité d'une récolte, de trois tasses de lait nécessaires pour faire la sauce, ou, pour une marche dans le désert, « à trois cigarettes de là », ce sont des étalons arbitraires, mais concrets, qui permettent de donner un nombre correspondant à des actions.

Mais on pourra dire aussi : trois kilos de haricots verts, trois décilitres de lait ou trois mètres carrés qu'occupe la courette. Les étalons, cette fois, sont conventionnels, puisqu'ils s'appuient sur le système métrique. Ils ont été appris. Ils réclament, pour les chiffrer, d'adopter le système et d'utiliser des instruments mesureurs. Ces nombres associés à la matière seraient différents chez les anglo-saxons puisqu'ils n'ont pas accepté les nôtres.

Dans toutes ces présentations numériques, pour parler d'une quantité de matière, les « uns » ne sont plus dissociés, puisqu'il s'agit d'une masse de haricots, d'une quantité de liquide et de l'aire de la surface située derrière la maison.

On en conclut que dans **le discontinu, on compte** alors que **dans le continu, on mesure.**

Disons à cette occasion que ce sont les scientifiques français qui, au moment de la révolution, ont créé le Système Métrique, invention géniale du fait qu'elle fit coïncider, dans un même système à base dix, discontinu et continu. Mais qu'il ait fallu, dans l'histoire des mathématiques, parvenir à la fin du dix-huitième siècle pour qu'ait été créé ce lien unitaire entre les deux mondes, c'est la preuve que ce domaine est particulièrement complexe. La morphologie de nos dix doigts est, de toute évidence, à l'origine du système décimal, adopté depuis tant de siècles dans le discontinu. Mais dans le continu, aucun procédé de mesure n'existait sous forme de système universel et, d'une manière évidente, encore moins sur le mode décimal. Lorsqu'on mesure, et que l'étalon est trop grand pour la fin du découpage, spontanément, c'est en deux, en trois, ou en multiple de ces deux nombres que l'on coupe. Partager en dix n'a rien de naturel. C'est pourquoi, historiquement, le génie de tous les scientifiques qui se sont succédés avant cette période n'a pas résolu ce problème. Certains pays développent encore de réelles réticences envers ce fameux système métrique, tellement fonctionnel et ingénieux! Fonctionnel, oui, mais la simplicité des conversions par la pratique du tableau, dissimule les raisonnements nécessaires pour les comprendre, au bénéfice du procédé qui ne demande pas de réfléchir, mais seulement d'appliquer. Ajouter des zéros ou déplacer la virgule est trop souvent appris sous la forme d'un automatisme, sans comprendre la portée réelle de cette activité merveilleuse qui repose sur l'équivalence numérique et qu'on appelle « Convertir ».

Mais qu'est-ce que mesurer ?

C'est rendre discontinu du continu pour pouvoir exprimer une quantité de matière par un nombre directement lié à l'unité-étalon choisie. Ceci ne peut se réaliser qu'au prix d'activités répétitives, très rigoureuses que les petits de maternelle sont bien incapables d'effectuer spontanément.

Il s'agit de choisir un étalon qui va demeurer le même durant toute l'opération, de le reporter un certain nombre de fois, sans chevauchement, ni espacement, en comptant, afin de réaliser une partition de cette matière. Pour les étalons conventionnels, un instrument gradué s'avère nécessaire (balance, horloge, verre mesureur…).

Toute la **physique** repose sur ce principe de la volonté de vouloir chiffrer des phénomènes du continu dans lesquels nous vivons, d'où la création d'une très grande variété d'instruments adaptés à chacun de ces phénomènes. Lorsqu'on les prononce, leur première partie est formée de la sonorité du domaine concerné. Ils se terminent toujours par « mètre » (thermomètre, voltmètre, chronomètre, calorimètre, audiomètre…).

Se pose alors la question de savoir pourquoi et dans quel but les scientifiques éprouvent-ils un tel besoin de chiffrer des phénomènes qui, par nature, ne le sont pas? La réponse est simple. L'on ne peut comparer que des nombres entre eux. Pour ces phénomènes non-dénombrables à vue d'œil, nous n'aurions aucun moyen précis de donner une graduation en température, en durée, en surdité… A fortiori nous aurions été incapables de fixer un nombre à propos d'un rapport comme la vitesse, la densité, le débit, la puissance, la concentration… Les physiciens ont donc créé des instruments gradués, dont la présentation est : soit linéaire, soit circulaire ou semi-circulaire ou, à l'heure actuelle, directement numérique ou sonore. Les pèse-bébés ou les pèse-personnes ont suivi cette progression.

Différences entre le discontinu et le continu

Le comptage

Dans le discontinu, le comptage commence par « 1 ». Dans le continu, c'est par « 0 ».

La bouteille vide, la balance au repos, le top du départ de la course, la graduation sur mon double-décimètre, commencent tous par « 0 ». Ceci est très troublant pour quiconque y réfléchit et en particulier pour les enfants.

Autre point troublant : dans le discontinu, le nombre annoncé tombe juste, dans le continu, jamais.

-Il y a cinq moutons dans le pré.

-*Vous êtes sûr ?*

-Je recompte…Oui, je suis sûr…

Les moutons, les « uns », sont des entiers et ma réponse ne présente aucune ambiguïté.

Il n'en est pas de même dans le continu.

-*Combien pèses-tu ?*

Personne ne peut donner une réponse qui soit exacte, tant de paramètres entrent en jeu! D'autant qu'il nous faut une balance. Celle-ci augmente sérieusement les variables susceptibles de modifier la réponse. Cette évidence nous conduit au principe des encadrements qui, au fil des décennies, deviennent de plus en plus pointus en utilisant

- Soit les fractions d'unité (un litre et demi, une heure un quart, 28 et demi pour la pointure)
- Soit la virgule pour le système métrique (1,7 mètre 1,250 gramme).

Mais, même avec ces deux procédés, poussés à l'extrême, il n'est pas possible de donner une mesure rigoureuse. Preuve en est, les nanotechnologies qui, par leurs applications, sont devenues une banalité scientifique, ce qui n'était pas le cas, il y a encore cinquante ans.

Différence entre cardinal et ordinal

C'est un autre point qui oppose les deux univers à chiffrer.

Dans le discontinu les deux aspects sont synchrones : en comptant des bols, le premier c'est le numéro « 1 », le deuxième, c'est le numéro « 2 ». Il en est tout autrement dans le continu. À propos du temps, par exemple, le nouveau-né vit en ordinal sa première année, alors que son âge, c'est-à-dire son cardinal est « zéro ». C'est ce qui trouble tellement le grand frère de 3 à 6 ans…

- Il a quel âge, Xavier, mon petit frère ?

- Zéro ans

-*Alors il n'a pas d'âge, il n'existe pas ?*

Autres exemples :

Alexis, lit le faire part du décès de son grand père « Mort dans sa 80° année »

- *Ils se sont trompés, Papy n'avait pas quatre-vingts ans, il avait soixante-dix-neuf !*

Il en est de même pour la visite prénatale imposée au cours du troisième mois. Elle n'est valable que si le bébé a deux mois et non pas trois.

Quant à l'histoire : le dix-septième siècle définit bien l'époque qui dure de 1600 à 1700. Le décalage entre le « un » et le « premier » perturbe beaucoup d'élèves. Ne parlons pas des polémiques à propos de l'entrée dans le vingt-et-unième siècle et dans le troisième millénaire !

Les différents aspects du « un » dans la mesure

Malgré tous ces commentaires, nous ne sommes pas encore parvenus au véritable problème qui concerne la mesure et qu'il est indispensable de cerner lorsqu'on veut parler, travailler et surtout enseigner ce domaine du continu.

Le « un » recouvre simultanément trois aspects

1° Une durée, un intervalle, une quantité de liquide…

2° Un point sur lequel va être inscrit le chiffre « 1 ».

3° Une autre durée, un autre intervalle, qui succède au premier, mais qui, lorsqu'on en parle s'énonce : « 1 et quelque chose ».

Lorsque nous parlons, nous n'utilisons pas indifféremment l'un ou l'autre de ces aspects. Mais lorsque nous travaillons dans ce domaine, nous devons être conscient des problèmes qu'ils posent, suivant les circonstances d'utilisation de chacun des trois.

Des illustrations vont permettre de différencier ces aspects.

Reprenons, le domaine du temps avec l'exemple du nouveau-né. Il arrive au monde, il a 0 an, son âge est défini en mois. C'est ce qui trouble tellement le grand frère de quatre ans :

- Il a quel âge le petit frère ?

- Six mois.

- Ah non, c'est pas vrai, il est plus petit que moi. Moi j'ai quatre, il n'a pas six!

Comment expliquer à un enfant de cet âge, la différence d'unité entre mois et année qui sont des durées à long terme le dépassant totalement?

Ainsi, le temps s'écoule, les mois se succèdent, le bébé grandit, il s'agit bien d'une durée. Enfin, le jour de son anniversaire arrive et chacun de l'aider à souffler sa bougie. Ce « 1 », ponctiforme, est valable exclusivement à ce jour et cette bougie, visible, est le symbole de son année écoulée.

C'est là le principal écueil de la mesure, il y a décalage entre le « 1 » réel qui dure et sa représentation visible chiffrée sur un point, toujours située au terme, à l'extrémité de cette unité (Le mètre de couturière fait exception à cette règle, puisque l'inscription des chiffres se situe entre les traits de graduation et non sur la marque).

De plus, durant tout l'intervalle suivant, pour exprimer oralement son âge on dira

- Un an et demi…

Un autre exemple plus visuel est illustré par la règle graduée.

- Montre-moi 1centimètre

L'enfant montre le « 1 » inscrit sur le double-décimètre. Or, montrer 1 cm, ce n'est pas indiquer un point, mais bien un intervalle.

Pour illustrer cette observation significative, il suffit de proposer à un élève de primaire une règle dont la première partie est cassée et dont la graduation commence à quatre en lui demandant.

- Peux-tu me tracer un trait de 8 cm ? Excuse-moi, tu vois qu'elle est cassée, mais essaye quand même.

Celui qui trace un trait jusqu'à la graduation «8» montre cette difficulté à différencier, intervalle et marque de graduation.

C'est là que se situe le plus grand problème du continu, c'est-à-dire le décalage entre l'unité elle-même et son écriture située à l'extrémité.

Une autre illustration de ce décalage prouve cet aspect problématique :

-Vous savez, ma patronne n'est pas correcte, elle me paye deux heures, pourtant j'arrive à 9h et je repars à 11h.

-Et alors ?

-Neuf, dix, onze (en comptant sur les doigts) ça fait bien trois ?

C'est aussi la difficulté que rencontrent tous les enseignants de première ou deuxième classe primaire sur les cahiers français, au quadrillage complexe, lorsqu'ils demandent :

Tracez un trait de 5 carreaux, à trois carreaux de la marge.

Les écoliers, habitués à compter du discontinu, c'est-à-dire des croisements de ligne, de manière ponctiforme, doivent dénombrer, cette fois, des intervalles, en continu. C'est un exercice très troublant pour eux.

Nous retrouvons la même problématique en musique. Le piano ainsi que les instruments à percussion sont l'illustration du discontinu alors que l'orgue, les instruments à vent ou à cordes émettent un son en continu.

Le Docteur Maria Montessori, célèbre pédagogue italienne avait très bien compris cette alternative. Elle a créé, pour ses classes enfantines, un matériel pour chacun des aspects : les perles permettant le comptage dans le discontinu et «les barres rouges et bleues» dans le continu.

Ces barres, au nombre de dix, ont respectivement 10, 20, 30, 40 cm… Sur chacune, un décimètre rouge alterne avec un décimètre bleu. Les enfants comptent, en suivant du doigt d'un geste linéaire : 111111 (sur le décimètre rouge), 2222222 (sur la partie bleue), 333333333 (sur la rouge) et ainsi de suite, s'initiant ainsi au dénombrement des intervalles et non pas des points, ce qui est le comptage en physique.

Le retour à l'origine

Il nous faut enfin analyser un dernier point pour faire le tour des différents problèmes posés par ce sujet, c'est la question du retour à l'origine, indispensable pour tout calcul et toute opérativité. C'est d'ailleurs la conséquence de la question précédente. Là encore, un exemple sera plus parlant qu'une explication théorique.

Rappelons-nous les problèmes d'arithmétique de CM1(quatrième primaire) et de CM2 (cinquième primaire). Un train part à 8h et arrive à 10h. La question étant bien évidemment.

- *Quelle est la durée du parcours?*

Analysons cette donnée.

L'heure du départ est un point, c'est le 8h du train. Si vous arrivez après ce point, vous l'avez raté. L'heure d'arrivée est un autre point, si vous oubliez de descendre au moment de l'entrée en gare, vous êtes embarqué vers une destination qui n'est pas dans votre projet.

Nous savons tous que pour trouver la durée du parcours, il faut poser l'opération : l'heure d'arrivée, moins l'heure du départ. C'est là que la question se pose. Il n'est pas possible d'enlever un point (l'heure du départ) d'un autre point (l'heure d'arrivée) situé ailleurs. Par quel miracle la réponse sera-elle une durée qui s'avère être de toute autre nature ?

Dans ce cas, il faut se poser une question sur le sens réel de chacune des données «Un train part à 8 h ». Que représentent ces huit ?

Où se situent-ils ? La réponse sans ambiguïté est la suivante : il y a eu un minuit, c'est l'origine. Depuis, il s'est écoulé 8 intervalles, 8 durées d'une heure. De même, « il arrive à 10 heures » à nouveau, le retour à l'origine : minuit.

Dix intervalles se sont écoulés entre le zéro et le 10 h ponctiforme. De ces 10 heures écoulées, il faut soustraire les 8 intervalles durant lesquels le train n'était pas en marche. L'opération prend alors tout son sens.

C'est un aspect qu'il est important de comprendre : les opérations dans ce domaine ne se réalisent jamais sur des points, mais sur des intervalles. De nombreux chapitres des manuels scolaires reposent sur ce concept et c'est dans ce sens qu'il faut travailler au cours des apprentissages : l'âge et la datation, les compteurs automobiles, la lecture des côtes dans l'industrie et le champ des classes techniques, le calcul des mesures algébriques, tous ces sujets reposent sur ce principe lorsqu'il est question d'opérer.

Si nous avons développé longuement tous ces aspects de la mesure, c'est qu'il est très important de les connaître pour aborder une exposition sur ce thème. C'est justement chez les 3/6 ans que vont s'installer toutes les notions de base, les soubassements des structures logico-mathématiques qui régissent les apprentissages ultérieurs au primaire dans l'étude du système métrique et en secondaire dans la physique. Discontinu et continu sont malheureusement trop peu différenciés dans les manuels scolaires. Un titre global « Mathématiques » les chapeaute. Ainsi sont masquées les divergences des deux chapitres pourtant bien différents éludant par là même toutes les embûches et les aspects très complexes développés ici.

3 Préparation de la visite et prolongements

Ayant analysé ce que recouvre l'acte de « mesurer », nous pouvons revenir à l'exposition des 3/6 ans, organisée sur ce thème.

C'est le moment de se poser alors des questions sur les enfants de cet âge.

Que savent-il du continu ?

Avec quelles notions sont-ils déjà familiarisés ?

Que peut-on attendre d'eux ?

Dans quelles directions cette réflexion peut-elle nous conduire ?

Que peut-on imaginer pour qu'ils se familiarisent avec ce domaine et avancent dans la connaissance?

Jusqu'où peut-on les emmener ?

Pour donner tout d'abord une réponse générale, soulignons tout de suite deux choses.

D'une part, il faut savoir que ce domaine est d'une richesse inouïe et qu'il plait beaucoup aux enfants.

D'autre part, les expériences montrent que, plus on leur propose d'activités ciblées et variées dans ce domaine, plus ils devancent les stades d'âge généralement admis.

Une condition sur laquelle nous n'insistons jamais assez, réside dans notre attitude qui doit demeurer très éloignée d'un enseignement. Elle se doit d'être à la fois, bienveillante, interrogatrice sans vouloir donner de solutions, mais par contre être sans cesse branchée sur le concret.

À sa naissance, le bébé est bien éloigné du discontinu donc du nombre, il baigne dans l'univers du continu. Tout ce qu'il vit en fait partie : les durées entre les tétées, le contenu du biberon, l'eau du bain, l'intensité des bruits, les modulations des voix…

À la crèche, puis en maternelle, il va prouver par ses attitudes, puis par ce qu'il va dire, qu'il utilise déjà des procédés hautement logiques dans la maîtrise de ce domaine. On l'entendra exprimer à propos de comparaisons ou d'évaluations :

À pu (pour *Il n'y en a plus*)
C'est trop lourd
Il en a plus que moi
Tu m'en a mis trop
C'est trop grand, ça ne rentre pas
Il y en a beaucoup
C'est trop haut, je ne peux pas l'attraper
C'est trop long, trop lourd, trop chaud, trop fatigant…

Dans sa vie quotidienne, il est sans cesse confronté à ses limites. Elles relèvent du continu.

De plus, il raisonne déjà puisqu'il compare, série, classe, c'est-à-dire qu'il observe les différences, qu'il range du plus petit au plus grand avec les œufs gigogne, qu'il emboîte, qu'il met ensemble ce qui a un caractère commun. Ce sont autant de structures logico-mathématiques qui s'organisent à ce stade, sans introduction du nombre et qui constituent les fondements de la capacité de s'évaluer personnellement, mais aussi de jauger son environnement.

C'est dans cet esprit qu'il est intéressant de préparer ou de poursuivre, l'exposition **« Kif Kif le Calife »** avec une classe, un centre de loisirs ou un enfant de la famille, en créant des activités multiples et variées autour de ce thème. C'est un moyen très approprié pour développer la réflexion, le questionnement des petits et de tirer le bénéfice maximal de cette visite.

Activités dans les sept domaines

À l'âge de la maternelle, sept domaines du continu nous concernent sur le plan pédagogique et chacun d'eux peut, pour un enseignant, un éducateur ou un parent, être la source de recherches, d'explorations, d'expérimentations, qui sollicitent la pensée de leurs enfants et vont les faire progresser dans la connaissance.

Quatre de ces domaines concernent l'espace. Il s'agit des longueurs, des surfaces, des volumes et des angles, auxquels s'ajoutent les trois autres, les capacités, les masses et le temps. Tous offrent des champs infinis d'exercices et d'activités structurantes.

Ceux qui reposent sur l'espace offrent l'avantage d'être visibles, donc abordables en priorité. Les enfants y sont constamment confrontés. À cet âge, ils sont aussi très sensibles au domaine des masses, liées à la force, symbole de puissance et source de multiples expériences d'évaluation. Pour les capacités, l'eau, s'avère un chapitre très intéressant pour tout ce qui touche l'alimentation, ou les séquences de bain pour la toilette. Les tripotages de liquides ou de matière fluide comme le sable, la semoule, sont source de multiples plaisirs très éducatifs, à condition d'être guidé par un adulte qui maîtrise le sujet. Enfin, le temps, non visible, primordial parce qu'existentiel se construit, d'une manière spectaculaire à cet âge. On comprend à travers le langage de l'enfant, le niveau de ses connaissances dans ce domaine. Il évolue d'autant plus que cet aspect est travaillé en classe ou à la maison dans la triple optique de ritualiser, spatialiser et verbaliser ces activités.

De 3 à 6 ans, âge idéal pour explorer le continu.

Dans certaines écoles belges, pratiquant la pédagogie préconisée par le Docteur Decroly, il est passionnant d'observer, chez les petits, leurs compétences à traiter du continu. Il faut dire que cette méthode est très poussée vers l'observation des « surprises » apportées quotidiennement par les enfants eux-mêmes et qui mobilisent une partie importante du temps scolaire. À travers ces observations, les structures logico-mathématiques comme les conservations, les classifications et les sériations sont constamment sollicitées. Les petits élèves baignent ainsi quotidiennement dans l'étude de ce qui les entoure, que ce soit dans la nature ou sur les productions humaines. Il est spectaculaire de constater leur précocité dans les compétences face à ces connaissances, déjouant les notions de stades communément associés aux différents âges. C'est la preuve que le climat pédagogique dans lequel ils baignent, très orienté dans le domaine du continu, leur permet de s'approprier, non pas des acquisitions scolaires (le système métrique n'est abordé que très tardivement et assurément pas en maternelle), mais les structures indispensables pour assimiler, d'une manière autonome et en totale compréhension, ce domaine passionnant de la mesure.

Organisation de projets

Il est intéressant d'organiser rallyes, compétitions, expositions, festivals, ayant pour thème l'un ou plusieurs de ces sept domaines où chaque unité de groupe ou de classe prépare trois ou quatre jeux, animés par les enfants eux-mêmes. Dans ces manifestations collectives, chacun tire parti, à son niveau, de ce qu'il fabrique, expérimente, essaye, constate, ou compare avec les amis de son âge. Le moyen le plus spectaculaire, le plus efficace et le plus amusant consiste à prévoir une fête à laquelle sont conviés les parents. Les éducateurs ou les enseignants cèdent la place à leurs élèves pour mener les jeux, concours, essais, devinettes, manipulations… Les parents, eux, prennent la place des élèves. La réalisation de ces projets, préparés longtemps à l'avance pour que les petits soient bien rôdés, est toujours une réussite. En plus du plaisir partagé entre enfants, parents, et toute l'équipe pédagogique, on assiste à une évolution indiscutable des compétences portées par ce projet « La mesure ».

Les structures logiques

Plusieurs grandes structures abordées maintenant nous tracent les voies théoriques d'accès à la connaissance : conservations, classifications, sériations, création d'étalons et équivalence numérique.

Cependant, il faut souligner que les descriptions qui illustrent ces structures et qui vont suivre n'ont pas pour but de conseiller au lecteur l'imitation ou la reproduction à l'identique. L'objectif, pour tout pédagogue est de chercher à transposer les expériences décrites d'un domaine à un autre. Ainsi, s'appuyant sur les structures logiques d'un travail réalisé sur les surfaces par exemple, l'accompagnateur tentera de le transférer, de la même façon, dans d'autres domaines: les masses, les capacités…

Dans cet esprit, les fiches descriptives sont données pour servir de tremplin à la création qui, elle, prend appui sur la théorie. Les réactions des enfants au matériel, le niveau dont ils font preuve, mais surtout l'analyse qui va suivre des structures sous-jacentes guide la progression ou l'évolution des séquences.

Les conservations et les comparaisons

Les **conservations** c'est la capacité d'affirmer, lorsque deux quantités de matière ont été reconnues comme identiques, qu'elles le demeurent, quelles que soient les modifications perceptives visuelles qu'on leur imprime. Par exemple : deux boules de pâte à modeler admises par les enfants comme « *la même chose, pareil de pâte* ». Si l'une des deux subit des transformations (galette, saucisson, morcellement, trou à l'intérieur) le leurre perceptif induit l'affirmation du contraire.

Dans l'activité qui consiste à **comparer** des quantités de matière, deux cas se présentent : soit elles sont identiques, soit elles sont différentes.

Les classifications

Lorsque les quantités de matière en présence sont **semblables**, elles constituent une classe d'équivalence, selon le critère commun « …à le même … » (âge, masse, durée, longueur, volume…). C'est le principe des classifications qui rassemble des éléments communs et permet de constituer des regroupements. Les étiquettes en sont la représentation symbolique et abstraite.

Les sériations

Lorsque les quantités de matière en présence sont **dissemblables,** selon l'un des aspects de la mesure, il y en a une qui « …est plus … » (petit, volumineux, pesant, long…) que l'autre. Dès qu'il y a plusieurs éléments l'activité joue sur toutes comparaisons deux à deux. Ce qui nous conduit à ordonner et à créer une sériation. Deux cheminements sont toujours possibles pour cet ordre. Pour l'un, c'est d'aller du plus « grand » au plus « petit », pour l'autre, à l'inverse, du plus « petit » au plus « grand ».

Entre 3 et 6 ans, la variété de jeux, d'épreuves, d'exercices est infini pour travailler à la fois ces trois structures. Que les réponses des enfants ne soient pas « justes » n'a aucune importance. Le but est de les faire réfléchir, de mobiliser leur pensée dans des situations continuellement mobiles, de les interroger pour qu'ils expriment ce qu'ils pensent, sans jamais les contredire.

À l'exception du temps qui posera, par sa constitution même, des problèmes de conservation et de comparaison, voici quelques principes valables pour les six domaines qui nous concernent.

Partir de deux quantités égales

Modifier l'une ou l'autre par des leurres perceptifs.

Ajouter, d'un côté, de l'autre, des quantités égales, des quantités inégales.

Retirer d'un côté, de l'autre, des quantités égales et des quantités inégales.

Retirer à l'une pour ajouter à l'autre…

Partir de deux quantités inégales

Modifier l'une ou l'autre par des leurres perceptifs.

Ajouter, d'un côté, de l'autre, des quantités égales, des quantités inégales.

Retirer d'un côté, de l'autre, des quantités égales et des quantités inégales.

Retirer à l'une pour ajouter à l'autre…

Ne pas oublier de faire travailler :

Les yeux fermés, les matériaux cachés suscitant l'anticipation et les véritables « opérations mentales ».

L'introduction d'une troisième, quatrième… quantité de matière, égales ou non aux précédentes.

Dans les sériations pour lesquelles au moins cinq éléments sont nécessaires

Comparer un élément à tous les autres.

Comparer tous les éléments à un.

Situer ou créer un élément intermédiaire.

Chambouler une série constituée et demander d'en rétablir l'ordre.

Enlever un élément et demander de le replacer.

Ôter un élément, le cacher et demander d'indiquer la place qu'il occupait.

Une institutrice comprenant toute la richesse de ce genre d'épreuves, invente des histoires qu'elle raconte alors que chaque fur et à mesure du récit. Le cours des événements est stoppé aux moments névralgiques. Le dialogue s'instaure alors entre les enfants et l'enseignante. Maintes questions fusent pour porter des jugements sur la situation à l'issue de ces événements marquants. Ils travaillent ainsi la « causalité, conséquence », pilier des raisonnements de cet âge.

Suivant le thème de l'histoire, le matériel change. Un jour, chaque élève a deux boules de pâte à modeler pour s'initier au sens de la matière et des masses, avec les « familles Castor et Pollux ». Au départ, chacune des familles a la même quantité de pâte. Mais que d'événements ! La boule va subir toutes les modifications possibles. Les échanges, les larcins ou les dons entre les deux camps, permettent, au fil des aventures et d'une manière passionnante d'analyser les différentes situations. Le conflit socio cognitif entre les enfants s'exprime spectaculairement. Les discussions sont parfois très animées, les avis opposés. Jamais il n'est dit à l'un, « *ton avis est juste* » et à l'autre, « *ce que tu dis est faux* ». On enchaîne la suite de l'histoire.

Un autre jour, les enfants disposent de bouteilles en plastique découpées à des hauteurs différentes et de diamètres variés. Du sable est à leur disposition. Cette fois, ce sont les maintes aventures d'Epaminondas qui vont permettre de réfléchir à la conservation de la matière, des masses et des volumes.

Parfois, c'est la maîtresse qui manipule l'eau, dehors, dans le bac à sable pour une aventure avec « Sinbad le Marin ». La situation en mer offre des expérimentations sur la conservation du volume sans trop de dégâts. Un seau d'eau, plein à ras bord, est placé au milieu d'un grand baquet.

Que va-t-il se passer lorsque Sinbad le Marin va immerger dans le seau un énorme rocher contenu dans un filet ?

Question par anticipation : l'eau va déborder bien sûr. Elle est recueillie et versée dans des récipients : trois verres à pique-nique, deux bouchons de lait, et même, pour les dernières gouttes, un bouchon de « Pom'Pot ».

Dans l'exposition du Petit Carré, chez « Kif Kif, le Calife » les séquences avec les allumettes, les mosaïques et les cubes vont susciter de multiples réflexions.

enfant a le matériel devant lui et le manipule au

Activités en 1 dimension

- Construire sur une table basse une tour avec des plots de bois. Celle-ci doit avoir la même hauteur qu'une autre tour modèle, posée au sol, construite avec des cubes d'une autre dimension.
- Tailler, de loin, une ficelle de même longueur qu'un manche à balai accroché au mur.
- Jouer à la pétanque, et évaluer le gagnant qui, contrairement à la plupart des jeux pour lequel gagne celui qui a le plus, dans ce cas, c'est le chemin le plus court vis-à-vis du cochonnet qui est le vainqueur.
- Extirper d'un sac dans lequel tout est en double les réglettes de même taille, les boules de même masse… sans utiliser le regard.

Dans les longueurs, l'utilisation du corps, de bâtons, de ficelles, de chaînettes est l'occasion de comparaisons multiples, avec les yeux ouverts ou fermés, en rapprochant les éléments ou non.

- Tailler deux cordonnets, un bleu et un rouge de même longueur. Les disposer en vis-à-vis.

Ceux-ci ayant été reconnus de même taille nous apportons des modifications d'où découlent multiples questions.

- Décaler l'un d'eux.

Recouvrir d'un tunnel les extrémités gauche des deux cordonnets en demandant « *Est-ce que les deux chemins ont la même taille, où c'est le rouge le plus long ou est-ce le bleu ?* ». Même question en déplaçant le tunnel à droite.

- Disposer l'un d'une manière rectiligne et l'autre en une ligne sinueuse.
- En placer une verticalement et l'autre horizontalement.
- Découper l'un d'eux en trois ou quatre morceaux et les remettre bout à bout.
- Ajouter l'un des morceaux au cordonnet non coupé.
- Enlever un morceau au cordonnet non coupé.

Dans tous les cas de figures, le questionnement est identique.

Tous ces exercices sont aussi réalisables sur deux routes constituées d'allumettes de deux couleurs. Elles offrent une plus grande variété de modifications.

- Transférer une allumette de l'extrémité d'une route à l'autre extrémité.
- Faire varier ainsi les dispositions des routes ou leur longueur à l'infini.
- Introduire une troisième route d'une couleur différente.
- Comparer des routes fabriquées avec des allumettes mises bout à bout et imprimer à l'une ou l'autre route des modifications qui leurrent la permanence de la longueur en zigzagant par exemple.
- Fabriquer des chemins de même longueur.
- Juger deux parcours matérialisés, avec ou sans utilisation d'un moyen terme, c'est-à-dire un troisième instrument.
- Trouver des moyens pour égaliser des routes qui ne le sont pas.
- Inventer un procédé pour prouver que toutes les fenêtres de la salle ont la même largeur.
- Découvrir des différences.
- Éliminer l'impact visuel en réalisant ces exercices les deux mains dans un sac.

Ils sont appelés « stéréognosiques » ou « stéréognostiques ».

Il est évident que la **mobilité de la pensée** s'instaure dans la mesure où les situations changent sans cesse et où les éléments posés sont continuellement mobiles.

Activités en 2 dimensions

Tous ces exercices dans le domaine des longueurs ont leur équivalent dans les autres, par exemple, dans le matériel à deux dimensions.

Pour les surfaces, les idées d'activités précédentes peuvent être reprises et exploitées.

Voici quelques exemples :

Un enfant reçoit quelques feuilles de mêmes dimensions. Par pliage, puis découpage, repositionnement et collage, il utilise chacune d'elle pour créer une surface différente, avec comme consigne qu'une fois collés, les morceaux jouxtent. On sait combien le jeu d'origine japonaise, le Tan Gram, offre, sur ce mode de travail une multitude de dispositions géométriques ou figuratives.

Une superbe activité, réalisée à l'Ecole en Couleurs de Bruxelles, sous l'aspect du passage de deux en trois dimensions était exposée lors d'une journée Portes Ouvertes. Les petits de 4 ans nous ont présenté cette activité réalisée en classe. Chaque élève avait reçu une feuille de papier (de 30 sur 20 cm environ) taille qui correspondait au fond d'un cageot. Il devait prévoir le plan d'une organisation de jardins avec la consigne de délimiter quatre espaces : un potager, un verger, un parterre de fleurs et un point d'eau. Le plan à portée de mains , chacun avait exécuté, dans sa cagette, sur un fond de plastique recouvert de terre, les parterres dessinés sur papier, en respectant les mesures, ce qui composait un véritable jardin miniature. À l'exception du verger pour lequel les arbres étaient représentés par des petites branches recouvertes de mousse, tout le reste était conçu en matériaux réels (piscine avec de l'eau, lentilles germées, fleurs…). Chaque enfant commentait simultanément le plan de ce qu'il avait voulu faire, parfait modèle d'anticipation, avec respect des dimensions et l'œuvre réalisée. D'une cagette à l'autre les agencements étaient différents ainsi, ces petits horticulteurs en herbe s'étaient approprié l'idée qu'à surface égale les organisations de ce domaine pouvaient varier à volonté.

Il est aussi très intéressant d'utiliser des objets en discontinu: papiers, gommettes, mosaïques, carreaux, dallages, Kaplats… pour créer des formes globales qui, elles, composeront des surfaces aux formes continues.

Les activités de pavage sont au cœur de ce principe. Il s'agit de créer, composer, copier, reproduire, agrandir, décalquer, constituer des modèles à colorier avec plusieurs couleurs sans jamais en faire toucher deux identiques… Les éléments peuvent être de différentes matières et de formes variées (hexagones, carrés, rectangles, pentagones).

Voici une activité scolaire qui s'avère riche en conflit socio cognitif. Les enfants sont regroupés par quatre autour d'une table. Chaque groupe reçoit un paquet de 12 carrés. Par découpage, chaque membre du groupe doit créer toutes les figures régulières possibles, mais différentes. Chaque modèle trouvé est posé sur une feuille support. Quel étonnement, les compositions étant réalisées, de s'apercevoir, en faisant pivoter certains supports, de retrouver les mêmes formes globales que son voisin. Il faut, bien sûr, aller voir les œuvres exposées aux autres tables, tourner autour de chacune, donner son avis, retrouver d'une table à l'autre, les mêmes créations.

Dans une deuxième étape, avec le même nombre de carrés, il faut concevoir d'autres modèles, qui, cette fois, ne doivent pas comporter de formes régulières. Les petits architectes en herbe développent des trésors d'idées. Ils pourront ensuite soit les coller ou les agrandir pour les exposer, soit les réduire pour les ranger dans leur dossier personnel.

Une autre activité repose sur la comparaison de deux modèles presque identiques. Il faut trouver comment les rendre semblables, soit en rajoutant à l'un, soit en enlevant à l'autre. C'est une bonne occasion de porter sa réflexion sur ce qu'est la différence.

Activités en 3 dimensions

Les objets en trois dimensions permettent la plupart des activités précédentes avec du matériel approprié. La hauteur, autre domaine très riche, offre les mêmes types d'exercices, soit en continu avec la pâte à modeler que l'on façonne, avec des blocs de mousse pique-fleurs dans lesquels on taille au couteau, soit avec du matériel discontinu comme les cubes.

Par exemple, sur la table dans un couvercle de boîte, chaque enfant dispose devant lui d'un bon nombre d'éléments différents de son voisin, soit une boîte de cubes, soit une boîte de legos (à quatre bosses, à six ou à huit), de morceaux de sucre, de petites savonnettes, de perles cubiques. Dans chaque boîte de matériel, ces objets sont de même taille. L'animateur, d'une manière lente et rythmée, frappe un certain nombre de fois dans ses mains, (6 ou 12 suivant les âges). À chaque « tape », les enfants sortent un seul élément qu'ils posent successivement devant eux. Un élément représente un appartement. Avec leur matériel, ils construisent un immeuble avec ou sans étage. L'opération est renouvelée, pour créer un second immeuble puis un troisième. Chacun alors est invité à aller visiter les constructions des autres, à discuter, à repérer des immeubles disposés de manière identique, mais à l'allure différente. Un immeuble de deux étages avec six savonnettes ne ressemble pas à celui bâti à l'aide de sucres ! En écoutant ces dialogues enfantins, ils nous offrent la possibilité, d'après leurs arguments, de situer le niveau logique de chacun, d'analyser leurs raisonnements, et les stades de développement face aux notions de conservation et de comparaison.

D'autres exercices consistent à fabriquer des volumes, de les comparer, d'agir pour les rendre identiques, de modifier leur apparence sans changer la quantité d'éléments qui les constituent. Fabriquer des constructions par imitation, d'après dessin, d'après photo, c'est passer de deux à trois dimensions. L'opération inverse réside dans le fait de choisir parmi plusieurs constructions celle qui correspond à une image indiquée.

Activités sur les masses et les capacités

Le livre « **Les maths à toutes les sauces » de Bernadette Guéritte-Hess, Isabelle Causse et Marie Céline Romier. Ed Le Pommier** est entièrement consacré à ces deux thèmes. Dans cet ouvrage, avec mes co-auteurs, nous donnons dans la première partie, de nombreuses progressions qui s'adressent à cet âge correspondant à la maternelle.

Pour les **masses**, il sera nécessaire de posséder une balance comportant deux plateaux. Celle-ci peut très bien être fabriquée par les enfants eux-mêmes. Il est préférable, pour cet âge, d'utiliser une balance à calebasses que l'on suspend. Le dénivelé étant beaucoup plus spectaculaire que sur celle de type Roberval sur laquelle l'équivalence obtenue repose sur des critères beaucoup moins visibles.

Sur cet objet balance, toutes sortes de matériaux sont précieux. Ils peuvent être continus, comme la pâte à modeler, la pâte d'amandes, la pâte à tarte, la pâte à sel, mais aussi discontinus comme les cubes, les perles, les legos, les morceaux de sucre, les marrons…

Pour les **capacités**, des flacons de formes et de tailles identiques ou différentes permettent des essais, des tâtonnements, des expériences amusantes, par le principe des transvasements. Travailler la conservation, les comparaisons à travers toutes les modifications de deux, trois ou quatre quantités de liquide ou de matériau fluide est un bonheur évident pour les petits.

Un moyen contre les inondations inévitables en groupe, consiste à troquer les matériaux liquides par de la semoule, de la litière à chats, du sucre en poudre ou du sable.

Quant au **temps**, il pose des problèmes insolubles en ce qui concerne les conservations et les comparaisons. L'aspect temporel est celui le plus abstrait puisque, par essence même, il n'est pas visible. Comment comparer deux durées sauf si elles sont emboîtées ? Nous ne développerons pas ici cet aspect pourtant très riche.

Création de « uns » identiques et permutables

Un domaine à privilégier dans cette construction du sens de la mesure, c'est la création de « uns » identiques et permutables, conduisant à la graduation.

Voici quelques exemples de situations qui exercent cette notion dans chacun des sept domaines qui sont les nôtre et conviennent à cet âge.

- Fabriquer un grand nombre de bandes de papier ayant toutes la même longueur, puis les disposer bout à bout le long d'une table, d'une fenêtre, d'un tapis. Le voisin fait la même chose, mais avec une longueur de bande différente.
- Découper, puis disposer des secteurs circulaires (part de tarte…) de même ouverture pour reconstituer un disque. Si douze de ces secteurs reconstituent le disque complet, une horloge est ainsi fabriquée.
- Déposer sur un plateau de la balance à calebasses un petit fromage « vache qui rit » ou « kiri ». Remplir un sachet de sable en créant l'équilibre sur l'autre plateau. Renouveler l'opération, tous les sachets ayant la masse du « Kiri ». Rassembler plusieurs sachets dans un sac transparent permettant ainsi le passage de 3 « uns » au 1 « trois », principe même de l'équivalence numérique.
- Verser de l'eau d'un petit verre dans une bouteille plastique et après chaque geste, placer un élastique sur la bouteille à la hauteur du niveau de l'eau, produisant ainsi une graduation ascendante.
- Confectionner des sabliers à l'aide de deux bouteilles à eau, fixées ensemble goulot contre goulot par leurs bouchons perforés et collés qui contiennent des lentilles, du sable, du gros sel ou de la semoule. L'objet étant fabriqué, chaque enfant pendant l'écoulement du contenu doit lui donner une unité de mesure personnelle par exemple « dire trois fois locomotive », ou bien « pivoter quatre fois sur soi-même ». Ces objets fabriqués « maison » sont une excellente méthode pour évaluer des durées.

Ces illustrations dans les domaines qui nous intéressent montrent combien tous les dialogues, les questionnements, les réflexions à propos de toutes ces manipulations font naître chez les participants un esprit de recherche, de mises en questions, qui s'avèrent être la source de l'esprit scientifique.

L'équivalence numérique sans comptage

Pouvoir définir une quantité de matière avec plusieurs étalons réclame une mobilité de la pensée qu'il est aussi intéressant de travailler chez les petits. Plus tard, ce sont les nombres qu'ils devront comparer, mais chez les 3/6 ans, c'est en terme d'équivalence.

Dans chacun des cas suivants, la matière à mesurer est invariante, mais les unités visibles diffèrent.

- Recouvrir une même longueur avec des bâtons d'esquimaux et parallèlement avec des allumettes. Ensuite nous posons la question :

« *Est-ce que c'est la longueur avec les bâtons ou bien avec les allumettes qui est la plus longue ou est-ce la même longueur ?* »

- Tapisser une même surface avec des rectangles ou des petits carrés.
- Remplir deux mêmes boîtes l'une avec des sucres N° 4 et l'autre des N° 3.
- Couper une tarte en six et une autre de même format en huit.
- Remplir deux bouteilles de même taille, l'une à l'aide d'un petit verre en plaçant un élastique à chaque transvasement, l'autre avec une tasse, les comparer.
- Rétablir l'équilibre d'une orange sur un plateau avec successivement des legos et des cubes. Confronter les deux quantités obtenues.
- Faire dénoyauter des cerises par deux personnes, l'une rapide et efficace, l'autre peu experte durant un temps déterminé. La tâche terminée, comparer les deux saladiers.

La constatation est la suivante : à quantité de matière égale, plus les unités sont petites, plus il en faut; plus l'unité est grande, moins il est nécessaire d'en prendre. Unité et nombre sont inversement proportionnels. S'il comprend cette notion à cet âge, il saura, plus tard, ce que veut dire « convertir » : 3 m = 300 cm

C'est bien ce mode de questionnement et ce dialogue avec les enfants qui sont déterminants pour l'intégration de cette notion si complexe qu'est l'équivalence numérique.

Principes théoriques

Sur le plan théorique s'installent ainsi chez les enfants, plusieurs principes fondamentaux de la mesure qui sont :

Rendre discontinu du continu qu'il s'agira de compter ultérieurement.

Savoir qu'un étalon est un choix délibéré.

Comprendre que pour réaliser une graduation il faut positionner au même point de départ l'étalon et la matière à mesurer.

Conserver le même étalon tout au long de l'expérience.

Disposer les « uns », côte à côte, en traçant une marque à chaque déplacement de l'étalon.

Constater que « plus l'étalon est grand, moins il en faut » pour couvrir la matière à mesurer.

S'apercevoir que la totalité des « uns » placés n'arrive jamais exactement au bout de ce que l'on mesure. Pour les longueurs, si l'on rajoute une allumette, c'est excessif, si on l'ôte, il y a un petit morceau qui reste libre. Il en est de même dans les capacités pour remplir une bouteille. Si l'on rajoute le contenu d'un flacon plein, ça déborde, si on ne verse pas ce dernier verre, la bouteille n'est pas complètement pleine, c'est ce qui conduit aux fractions de l'unité.

Inventer alors un étalon plus petit pour traiter de ce qui n'a pas été mesuré par l'allumette ou le flacon précèdent. C'est la naissance du sens des encadrements (affinement des mesures).

Toutes ces explorations et expérimentations ne sont pas des apprentissages, elles doivent demeurer des découvertes malgré l'envie des pédagogues de faire apprendre.

Différences fondamentales entre ces découvertes prônées en maternelle et les apprentissages pratiqués à l'école élémentaire

En Maternelle

devront s'installer ces structures logiques solides, sur lesquelles la progression s'enrichira d'apprentissages rigoureux, auxquels il sera essentiel de donner du sens.

À l'école élémentaire

1°) Les acquisitions reposent cette fois sur des apprentissages.

2°) Les étalons utilisés chez les petits (allumettes, carrés, legos…) comme nous l'avons pratiqué précédemment sont remplacés par une seule unité de mesure ce qui nous oblige à une démarche beaucoup plus complexe. Mesurer consistera, dans ce cas, à pratiquer 3 opérations successives : le report de l'étalon, les marques de graduation à chacun de ses déplacements et le traitement de la partie finale d'une manière mathématique.

3°) L'enfant se familiarise avec les systèmes décimal et sexagésimal, (ce dernier pour les domaines des angles et du temps) et avec leurs écritures.

4°) Il doit adopter et fonctionner avec le système de la convention internationale du **Mètre.**

5°) Il doit « convertir » d'une unité à l'autre, « opérer » sur les mesures, « résoudre » des problèmes qui traitent du continu, en un mot « raisonner ».

6°) Si les notions de base développées plus haut n'ont pas été intégrées lorsqu'il était petit, l'enfant appliquera d'une manière mécanique des conversions souvent exactes à partir du tableau du système métrique et non avec un véritable sens épistémologique.

Dans l'étape ultérieure, ces acquisitions serviront de tremplin pour, au **Collège**, accéder à la marche suivante, c'est-à-dire à la **Physique.**